

Първи тур на дистанционния етап на IV олимпиада на Леонард Ойлер

Първият тур се провежда с материали на олимпиадата на ЮМШ СПбГУ от 2011 г. В него не могат да участват участниците в тази олимпиада.

1. Може ли в половината клетки на дъска 12×12 да се сложи по един пул така, че в едно квадратче 2×2 , съставено от клетки на дъската да има нечетен брой пулове, а в останалите – четен брой пулове?

2. В триъгълника ABC ъгъл C е три пъти по-голям от ъгъл A , а страната AB е два пъти по-голяма от страната BC . Докажете, че ъгъл ABC е равен на 60° .

3. Дадени са 5 различни естествени числа. Произведението на двете най-малки от тях е по-голямо от 25, а произведението на двете най-големи от тях – по-малко от 75. Намерете тези 5 числа.

(Посочете всички възможни варианти и докажете, че други няма.)

4. Али Баба има 40 торби с монети. Джин може по молба на Али Баба да определи броя на монетите в две от торбите, които му посочат, като при това „взема за работата” една монета от някоя от тези две торби (и Али Баба не вижда от коя торба точно е взета монетата). Може ли Али Баба да действа така, че след не повече от 100 такива „операции”, точно да каже по колко монети в дадения момент лежат във всяка от торбите, естествено без последните две, с които Джин е „оперирал”. Във всяка торба монетите са не по-малко от 1000.

5. Дадени са девет естествени числа, като първото е записано само с единици, второто – само с двойки, и т. н. , деветото – само с деветки. Може ли произведението на някои две от тези числа да се дели на произведението на останалите?

Преди да отправите работите си, прочетете отново правилата за нейното оформяне и изпращане и действайте в строго съответствие с тях!

Работи, изпълнени или изпратени в нарушение на правилата не се разглеждат.