

ХIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

6 февраля 2021 г.

8 класс.

Второй день.

6. У уголка из трёх клеток *центральной* назовём клетку, соседнюю по стороне с двумя другими. Существует ли клетчатая фигура, которую можно разбить на уголки из трех клеток тремя способами так, чтобы каждая ее клетка в одном из разбиений была *центральной* в своем уголке?
7. Точка M — середина стороны AC равностороннего треугольника ABC . Точки P и R на отрезках AM и BC соответственно выбраны так, что $AP = BR$. Найдите сумму углов ARM , PBM и BMR .
8. Сначала Саша прямолинейными разрезами, каждый из которых соединяет две точки на сторонах квадрата, делит квадрат со стороной 2 на 2020 частей. Затем Дима вырезает из каждой части по кругу. Докажите, что Дима всегда может добиться того, чтобы сумма радиусов этих кругов была не меньше 1.
9. Дано натуральное число n , большее 2. Докажите, что если число $n! + n^3 + 1$ — простое, то число $n^2 + 2$ представляется в виде суммы двух простых чисел.
10. В квадратной таблице 2021×2021 стоят натуральные числа. Можно выбрать любой столбец или любую строку в таблице и выполнить одно из следующих действий: 1) Прибавить к каждому выбранному числу 1. 2) Разделить каждое из выбранных чисел на какое-нибудь натуральное число. Можно ли за несколько таких действий добиться того, чтобы каждое число в таблице было равно 1?