X МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

**31 января 2018 г.**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 класс.***

***Первый день.***

**1.** Разбейте какой-нибудь клетчатый квадрат на клетчатые квадратики так, чтобы не все квадратики были одинаковы, но квадратиков каждого размера было одно и то же количество.

**2.**Даны два ненулевых числа. Если к каждому из них прибавить единицу, а также из каждого из них вычесть единицу, то сумма обратных величин четырёх полученных чисел будет равна 0. Какое число может получиться, если из суммы исходных чисел вычесть сумму их обратных величин? Найдите все возможности.

**3.**По кругу сидят 100 человек. Некоторые из них ⎯ рыцари, всегда говорящие правду, остальные ⎯ лжецы, которые всегда лгут. Для некоторого натурального числа *k* < 100 каждый из сидящих произнёс фразу: «Следующие *k* людей, сидящих за мной по часовой стрелке ⎯ лжецы». Чему могло быть равно число *k*?

**4.** Внутри параллелограмма *ABCD* выбрана точка *E* так, что *AE* = *DE* и ∠*ABE* = 90°. Точка *M* — середина отрезка *BC*. Найдите угол *DME*.

**5.** В Тридесятом царстве из каждого города выходит по 30 дорог, причём каждая дорога соединяет два города, не проходя через другие города. Тридесятый царь захотел разместить в некоторых городах по дорожно-эксплуатационному управлению (ДЭУ), обслуживающему все выходящие из города дороги, так, чтобы каждая дорога обслуживалась хотя бы одним управлением и управления стояли не более чем в половине городов. Может ли так оказаться, что у царя существует ровно 2018 способов сделать это?