X МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

**1 февраля 2018 г.**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 класс.***

***Второй день.***

**6.** На бесконечной ленте выписаны в порядке возрастания все натуральные числа с суммой цифр 2018. Какое число написано на   
225-м месте?

**7.**В полдень Вася положил на стол 10 вырезанных из бумаги выпуклых десятиугольников. Затем он время от времени брал ножницы, разрезал по прямой один из лежащих на столе многоугольников на два и клал оба получившихся куска назад на стол. К полуночи Вася проделал такую операцию 51 раз. Докажите, что в полночь среди лежащих на столе многоугольников был треугольник или четырёхугольник.

**8.**На биссектрисе *AL* треугольника *ABC* выбрана точка *D*. Известно, что ∠*BAC* = 2α, ∠*ADC* = 3α, ∠*ACB* = 4α. Докажите, что *BC*+*CD* = *AB*.

**9.** На клетчатой белой доске размером 25×25 клеток несколько клеток окрашено в чёрный цвет, причём в каждой строке и каждом столбце окрашено ровно 9 клеток. При каком наименьшем *k* заведомо можно перекрасить *k* клеток в белый цвет таким образом, чтобы нельзя было вырезать чёрный квадрат 2×2?

**10.** Докажите, что существует натуральное число *n*, большее 10100, такое, что сумма всех простых чисел, меньших *n*, взаимно проста с *n*.