

## 4–iosios Leonardo Oilerio olimpiados atrankinis etapas

### Pirmasis turas

1. Ar galima į pusę lentos  $12 \times 12$  langelių pastatyti po šaškę taip, kad viename kvadrato, sudarytame iš  $2 \times 2$  šios lentos langelių, būtų nelyginis šaškių skaičius, o likusiuose – lyginis?
2. Trikampio ABC kampas C triskart didesnis už kampą A, o kraštinė AB dvigubai ilgesnė už kraštinę BC. Įrodykite, kad kampas ABC lygus  $60^\circ$  laipsnių.
3. Duoti 5 skirtingi natūralieji skaičiai. Dviejų mažiausių iš jų sandauga yra didesnė už 25, o dviejų didžiausių sandauga – mažesnė už 75. Raskite visus šiuos skaičius (nurodykite visus galimus atvejus ir įrodykite, kad kitų variantų nėra).
4. Ali Baba turi 40 maišų su monetomis. Ali Babas paprašytas, džinas gali pasakyti monetų skaičių dviejuose nurodytuose maišuose, tačiau, už darbą paims vieną monetą iš vieno iš šių maišų (ir Ali Baba nepamatys iš kurio). Ar gali Ali Baba veikti taip, kad po ne daugiau kaip 100 tokių procedūrų tiksliai pasakytų, kiek monetų tuo metu yra kiekviename iš maišų, išskyrus tuos du, kuriuose esančius pinigus džinas skaičiavo paskutinius? Kiekviename maiše yra ne mažiau kaip 1000 monetų.
5. Duoti devyni tokie natūralieji skaičiai, kad pirmasis užrašytas tik vienetais, antrasis – tik dvejetainiais, ..., devintasis – tik devynetais. Ar gali kažkurių dviejų iš šių skaičių sandauga dalytis iš likusiųjų sandaugos?