

5–iosios Leonardo Oilerio olimpiados atrankinis etapas

Pirmasis turas

1. Gimimo dienos proga tėvai dovanoja dėdei Fiodorui pinigų sumą, lygią tėčio amžiaus ir mamos amžiaus sandaugai. Ar galėjo atsitikti taip, kad 2010 ir 2011 metais dėdės gautų pinigų sumos baigtųsi tuo pačiu skaitmeniu, o suma, gauta 2012 metais dalytųsi iš 10?
2. Maša užsiiminėja šachmatų lentos perdažinėjimu. Vienu ėjimu ji gali pakeisti spalvas visų langelių, esančių bet kuriame stačiakampyje, kuris ribojasi su lentos kampu (turinčiame vieną kampinį langelį). Ar tokių operacijų pagalba jai pavyks perdažyti visą lentą viena spalva?
3. Trikampio ABC $AB = BC$. Spinduliuose CA , AB ir BC pažymėti atitinkamai taškai D , E ir F taip, kad $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$. Raskite kampų ADB , BEC ir CFA sumą.
4. Teigiamieji skaičiai x ir y yra tokie, kad $x^2 > x+y$, o $x^4 > x^3+y$. Įrodykite, kad $x^3 > x^2+y$.
5. 40 vaikų stovi ratu. Vaiką vadiname *ilgšiu*, jeigu jis yra aukštesnis už abu, stovinčius iškart po jo pagal laikrodžio rodyklę, ir *mažium*, jeigu jis yra mažesnis už abu, stovinčius iškart prieš jį pagal laikrodžio rodyklę. (Vaikas gali vienu metu būti ir ilgšiumi ir mažiumi). Yra žinoma, kad ilgšių yra ne mažiau kaip 30. Įrodykite, kad mažių yra ne mažiau kaip 20.