

4-iosios Leonardo Oilerio olimpiados atrankinis etapas

Trečiasis turas

1. Prie kelio iš Eglininkų į Pušinėnus auga ąžuolas, nuo kurio iki Eglininkų dvigubai arčiau negu iki Pušinėnų. Fedia, važiuojantis pastoviu (didesniu už 0) greičiu iš Eglininkų į Pušinėnus, 12.00 buvo dukart arčiau nuo ąžuolo negu nuo Eglininkų. Pairodė, kad 12.40 jis vėl buvo dukart arčiau nuo ąžuolo negu nuo Eglininkų. Kada Fedia atvyks į Pušinėnus?

2. Kiekvienas iš trijų berniukų arba visada sako tiesą, arba visada meluoja. Jiems pasakė šešis natūraliuosius skaičius. Po to kiekvienas berniukas pasakė po du teiginius.

Petia: 1) Tai šeši paeiliui einantys natūralieji skaičiai; 2) Šių šešių skaičių suma yra lyginė

Vasia: 1) Šie skaičiai yra 1, 2, 3, 4, 5, 6; 2) Kolia – melagis

Kolia: 1) Visi šie skaičiai yra skirtingi ir kiekvienas dalijasi iš 3; 2) Kiekvienas iš šių skaičių yra mažesnis už 20.

Kokius skaičius pasakė berniukams?

3. Yra šešios išoriškai vienodos monetos. Keturios iš jų tikros, dvi – padirbtos. Visos tikros monetos sveria po lygiai, kiekviena padirbta sveria mažiau už tikrą, bet padirbtų monetų svoriai skirtingi. Yra svarstyklės su dviem lėkštelėmis: jeigu ant jų padėtume monetas, tai nusvers ta, ant kurios esančios monetos sveria daugiau (bet kiek daugiau, mes nesužinosime). Kaip trimis svėrimais rasti abi padirbtas monetas? (Nustatyti, kuri iš padirbtų monetų lengvesnė, nereikia).

4. Smailiojo kampo BAC viduje paėmė tokį tašką D, kad kampas CAD dukart didesnis už kampą BAD. Ar galėjo taškas D atsirasti dukart toliau nuo tiesės AC negu nuo tiesės AB?

5. Kiekvienos iš 48 trupmenų skaitiklis lygus vienam iš skaičių 2, 3, ..., 49, vardikliai – taip pat. Be to, kiekvienas iš šių skaičių yra ir tarp skaitiklių, ir tarp vardiklių. Įrodykite, kad bent viena iš šių trupmenų lygi sveikajam skaičiui arba iš jų galima išrinkti ne daugiau kaip 25 trupmenas, kurių sandauga – sveikasis skaičius.