

**Четвертый тур дистанционного этапа  
V олимпиады имени Леонарда Эйлера**

*Четвертый тур проводится по материалам олимпиады им. Г.П. Кукина г. Омска. В нём не могут участвовать участники этой олимпиады.*

**Не забывайте указывать на первой странице работы свои регистрационный номер, фамилию, имя, город (село), школу и класс, а также соблюдать другие правила оформления и отправки работ! Перед отправкой работы перечитайте эти правила (пункты 7 и 10 Правил дистанционного этапа, опубликованных на сайте [matol.ru](http://matol.ru)) и проверьте, всё ли вы выполнили. Работы, оформленные или отправленные с нарушением правил, не принимаются.**

1. Из квадрата вырезали меньший квадрат, одна из сторон которого лежит на стороне исходного квадрата. Периметр полученного восьмиугольника на 40% больше периметра исходного квадрата. На сколько процентов его площадь меньше площади исходного квадрата?
2. Имеется три последовательных чётных числа. У первого из них нашли наибольший чётный собственный делитель, у второго — наибольший нечётный собственный делитель, у третьего — опять наибольший собственный чётный делитель. Может ли сумма трёх полученных делителей быть равна 2013? (Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и этого числа)
3. В параллелограмме  $ABCD$  со стороной  $AB = 1$  точка  $M$  — середина стороны  $BC$ , а угол  $AMD$  составляет  $90$  градусов. Найдите сторону  $BC$ .
4. Шарик и Матроскин ходят на лыжах по кольцевой трассе, половина которой представляет с собой подъем в гору, а половина — спуск с горы. На подъёме их скорости одинаковы и вчетверо меньше их скоростей на спуске. Минимальное отставание Шарика от Матроскина равно  $4$  км, а максимальное —  $13$  км. Найдите длину трассы.
5. В стране лжецов и рыцарей (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут) десяти людям выдали различные числа от  $1$  до  $10$ . Потом каждого спросили: «Делится ли ваше число на  $2$ ?». Утвердительный ответ дали  $3$  человека. На вопрос «Делится ли ваше число на  $4$ ?» утвердительный ответ дали  $6$  человек. На вопрос «Делится ли ваше число на  $5$ ?» утвердительно ответили  $2$  человека. Какие числа получили лжецы?