

4-iosios Leonardo Oilerio olimpiados atrankinis etapas

Ketvirtasis turas

1. Ar galima iš penkių vienodų stačiakampių, kurių perimetras 10, sudaryti vieną stačiakampį, kurio perimetras 22?
2. Trikampio ABC $AC = 1$, $AB = 2$, O – pusiaukampinių susikirtimo taškas. Atkarpa, einanti per tašką O lygiagrečiai su kraštine BC , kerta kraštines AC ir AB atitinkamai taškuose K ir M . Raskite trikampio AKM perimetrą.
3. Firma „Ragai ir kanopos“ pasidalijo į firmą „Ragai“ ir firmą „Kanopos“ su skirtingu darbuotojų skaičiumi. Firmos „Ragai“ direktorius gauna tokį patį atlyginimą, kaip ir firmos „Kanopos“ direktorius. Taip pat ir vidutinis visų likusių firmos „Ragai“ darbuotojų atlyginimas sutampa su visų likusių firmos „Kanopos“ vidutiniu atlyginimu. Taip pat visų firmos „Ragai“ darbuotojų vidutinis atlyginimas sutampa su firmos „Kanopos“ visų darbuotojų vidutiniu atlyginimu. Kas daugiau: firmos direktoriaus atlyginimas ar visų likusių darbuotojų vidutinis atlyginimas?
4. Natūraliojo skaičiaus daliklį vadinsime *savuoju*, jeigu jis yra didesnis už vienetą ir mažesnis už patį šį skaičių. Natūralųjį skaičių vadinsime *elegantišku*, jeigu jis turi ne mažiau kaip du savuosius daliklius ir dalijasi iš bet kurių dviejų iš jų skirtumo. Raskite visus elegantiškus skaičius.
5. Languotame popieriuje nubraižyta juosta, kurios matmenys 1×2011 . Jos pirmame langelyje įrašytas skaičius 1, o paskutiniame – skaičius 2. Petia ir Vasia pakaitomis įrašinėja į bet kurį iš laisvų langelių skaičius 1 ir 2. Petia eina pirmas ir rašo tik vienetus, o Vasia – tik dvejetus. Kuomet laisvi langeliai baigiasi, Petia skaičiuoja kaimyninių langelių poras, į kurias surašyti vienodi skaičiai, o Vasia – į kurias surašyti skirtingi skaičiai. Jei Petios skaičius didesnis, tai jis laimi, priešingu atveju laimi Vasia. Kas laimės žaisdamas teisingai?