

4–iosios Leonardo Oilerio olimpiados atrankinis etapas

Antrasis turas

1. Kūno kultūros pamokoje visi 8a klasės mokiniai išsirikiavo į eilę. Pasirodė, kad berniukai ir mergaitės joje eina pakaitomis. Yra žinoma, kad lygiai 52% šios klasės mokinių – berniukai. Raskite 8a klasės mergaičių skaičių. Atsakymą argumentuokite.
2. Saloje yra 1000 kaimų, iš kurių kiekviename yra 99 gyventojai. Kiekvienas salos gyventojas – arba riteris, kuris visada sako tiesą, arba melagis, kuris visada meluoja. Be to, yra žinoma, kad saloje yra lygiai 54054 riteriai. Vieną gražią dieną kiekvienam salos gyventojui buvo užduotas klausimas: „Ko jūs kaime daugiau: riterių ar melagių?“ pasirodė, jog kiekviename kaime į šį klausimą 66 žmonės atsakė, kad kaime daugiau riterių ir 33 – kad daugiau melagių. Kiek saloje kaimų, kuriuose riterių daugiau negu melagių?
3. Išvesta trikampio ABC pusiaukampinė BL ir jos tęsinyje už taško L parinktas toks taškas K, kad $LK = AB$. Pasirodė, kad $AK \parallel BC$. Įrodykite, kad $AB > BC$.
4. Kvadratas 15×15 padalytas į kvadratėlius 1×1 . Iš šių kvadratėlių išrinko keletą ir kiekviename iš išrinktųjų išvedė vieną arba dvi įstrižaines. Pasirodė, kad jokios dvi išvestosios įstrižainės neturi bendro galo. Kiek daugiausiai įstrižainių gali būti išvesta? (Sprendime pateikite atsakymą, įstrižainių vedimo būdą ir įrodymą, kad šis įstrižainių skaičius iš tiesų didžiausias).
5. Eile surašyta 2011 paeiliui einančių penkiaženklų skaičių. Pasirodė, kad 21-ojo skaičiaus skaitmenų suma lygi 37, o 54-ojo skaičiaus skaitmenų suma lygi 7. Raskite 2011-ojo skaičiaus skaitmenų sumą. (Pateikite visus galimus atsakymo variantus ir įrodykite, kad kitų variantų nėra).