**III Леонард Эйлер атындағы олимпиадасының дистанциондық кезеңінің екінші туры.**

**1. Алиса мен Ақ Қоян, талтүсте Қоянның үйінен Ханшайымның үйіне қонаққа аттанды. Жарты жол жүргеннен кейін, Қоян, үйде қолғабы мен желпеуішін ұмытып кеткенін есіне түсірді, сосын үйге қарай Алисамен жүрген жылдамдықтан екі есе тез жылдамдықпен жүгірді. Желпеуіші мен қолғабын алғаннан кейін ол Ханшайымның үйіне қарай жүгірді(үйге жүгірген жылдамдықпен). Нәтижесінде Алиса(Алиса әрдайым бір жылдамдықпен жүрді) Ханшайым үйіне уақытында жетіп, ал Қоян 10 минутқа кешігіп келді. Ханшайымның үйіне қонақ нешеге шақырылды?**

Жауабы. 12.40қа шақырылды. Шешуі. Ұмытқан заттарға жүгірем деп, қоян үйден, кездесу орнына дейінгі арақашықтықты жүгіріп өтті. Алиса, қоян жылдамдығынан екі есе аз жылдамдықпен жүре отырып, осы уақыт ішінде қоян жүрген жолдың жартысын жүріп отті. Олай болса қоян жолдың жартысын жүріп өткен кезде, Алиса дәл сол уақытта үйге жеткен болатын. Қоян кешіккен 10 минут уақыт, қоянға жолдың екінші жартысын жүріп өту үшін керек болды. Ал Алиса болса бұл жолды екі есе аз жылдамдықпен жүріп өтеді, яғни 20 минутта жүріп өтеді, ал барлық жолды 40 минутта жүріп өтеді. Осы жерден жауапты аламыз.

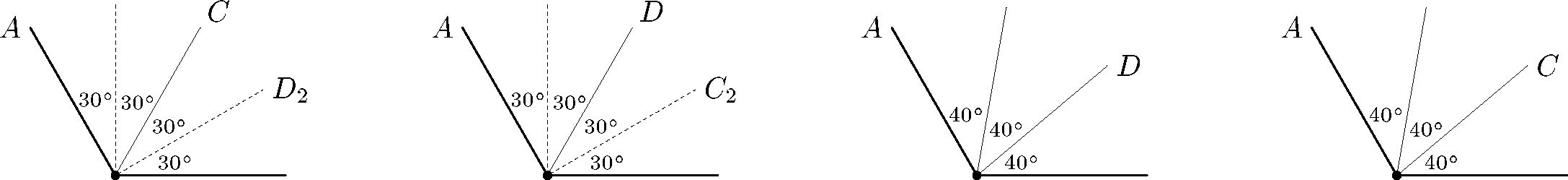
**2. Қабырғалы тең *АОВ* бұрышында, әрқайсысы сызбада пайда болған бұрыштардың кемінде біреуінің биссектриссасы болатындай *ОС* мен *ОD* сәулелері жүргізілген. *АОС* бұрышы нешеге тең? Мүмкін болатын барлық жауапты көрсетіңіз.**

Жауабы. 30°, 40°, 60°, 80° немесе 90°.

Шешуі. Егер *ОС* сәулесі *AOB*(1ші сурет) бұрышының биссектрисасы болса, *AOC* бұрышы қа тең(OD сәулесі *AOC* немесе *BOC* бұрышының биссектрисасы болатыны немесе болмайтынына байланысты емес).

Егер *ОD* сәулесі *AOB*(2ші сурет) бұрышының биссектрисасы болса, *AOC* бұрышы қа тең(Егер *ОC* сәулесі *AOD* бұрышының биссектрисасы болса) немесе ( Егер *ОC* сәулесі *BOD* бұрышының биссектрисасы болса)

Егер *ОС* сәулесі *AOD* бұрышының биссектрисасы болса, ал *ОD* сәулесі *BOC*(3ші сурет) бұрышының биссектрисасы болса, онда *AOC* бұрышы қа тең.



Дәл осылайша егер *ОD* сәулесі *AOC* бұрышының биссектрисасы болса, ал *ОC* сәулесі *BOD*(4ші сурет) бұрышының биссектрисасы болса, онда *AOC* бұрышы қа тең.

**3. Екі нольмен аяқталатын, дәл 12 бөлгіші бар барлық санды табыңыз.**

Жауабы. 200 және 500. Шешуі. Санның жазылуы екі нөльге аяқталғандықтан, ол ге бөлінеді, яғни мына түрде жазылады *п*⋅100 = *п*⋅22⋅52. Егер санда дәл бөлгіші бар болса, онда *n* онда немесе  бола алатының дәлелдейік. *п*⋅22⋅52 түріндегі сандардың ең кішісідің болған жағдайда) 9 бөлгіші бар. Оларды сандарды таңдай отырып табуға болады, бірақ мына әдіспен де табуға болады: 100 санының барлық бөлгіштері *2k*⋅5*m* түрінде кездеседі, бұл жерде *k* мен *m* 0,1 немесе 2ге тең болуы мүмкін. Олай болса, бөлгіштер саны ға тең. Егер *n,* 2ге де, 5ке де бөлінбейтін болса , онда *п*⋅100 санының 18ден аз бөлгіші бар болады: 100 санының 9 бөлгіші және 100санының бөлгіштерінің 9 бөлгіші. Егер *п* = 2 немесе *п* = 5 болса, онда бөлгіштер саны 12 болатының тексеру оңай. Егер *n,* 2 немесе 5тің бірден үлкен дәрежесіне бөлінсе, онда *n,* 200ге немесе 500ге бөлінеді, бұған қоса сәйкесінше 200ден немесе 500ден үлкен, сондықтан бұл санда бөлгіштер саны 12ден көп. Бұл жерденжауап.

**4. *АВС* үшбұрышында *ВМ* медианасынан кез-келген *D* нүктесі алынды. *D* нүктесінен *АВ*-ға параллель, ал *С* арқылы *ВМ*-ге параллель түзу жүргізілді. Ол екі түзу *Е* нүктесінде қиылысты. *ВЕ* = *AD* екенін дәлелдеңіздер.**

Шешуі. *А* нүктесі арқылы *BM* түзуіне параллель түзу жүргізейік және *F*нүктесі осы түзу мен *DE* түзуінің қиылысу нүктесі болсын. Фалес теоремасы бойынша *AM = MC* теңдегінен *FD = DE* теңдігі шығады. Және салуымыз бойынша *ABDF* — параллелограмм, бұдан *AB = FD*. Бұл жерден *AB = DE,* және *ABED* — параллелограмм, бұл жерден *BE = AD* екені шығады.

**5. Шексіз дойбы тақтасында диоганаль екі шаршыда екі қара тас тұр. Тақтаға бірнеше қара және бір ақ тасты, ақ тас барлық қара пешкаларды бір жүрісте жейтіндей(бастапқы екі тасты қоса алғанда) қоюға бола ма? Тас, көршілес диоганальдағы тасты, одан секіріп, одан арғы диоганаль шаршыға (бұл шаршы бос болу керек) қону арқылы жейді. Бір жүрісте, тас, бірнеше тасты жей алады, желінген тастар тақтадан жүріс бітпегенге дейін алынбайды.**

Жауабы. Жоқ. Шешуі. Тақтайдын қара түсті шаршыларын қызыл және көк түстерге, араларына бір шаршы тастап бояйық(диогональ бойынша көк шаршы тек қана қызыл шаршылармен шекаралас болатыңдай, ал қызыл шаршылар тек қана көк шаршылармен шекаралас болатыңдай). Көк шаршы да тұрған ақ тас, тек қана қызыл шаршыда тұрған қара тастарды ғана жей алады. Және керісінше, қызыл шаршыда тұрған ақ тас, тек қана көк шаршы да тұрған қара тастарды ғана жей алады. Бірақ, бастапқы қойылған екі тастын біреуі көк шаршыда тұр, ал екіншісі қызыл шаршыда тұр. Олай болса, осы екі тастын біреуін ақ тас жей алмайды.