**Леонард Эйлер атындағы олимпиаданың дистанциондық кезеңінің екінші туры**

**1.** *Әрқайсысы 10ға бөлінбейтін екі натурал санның көбейтінтдісі 1000-ға тең. Олардың қосындысын табыңыз.*

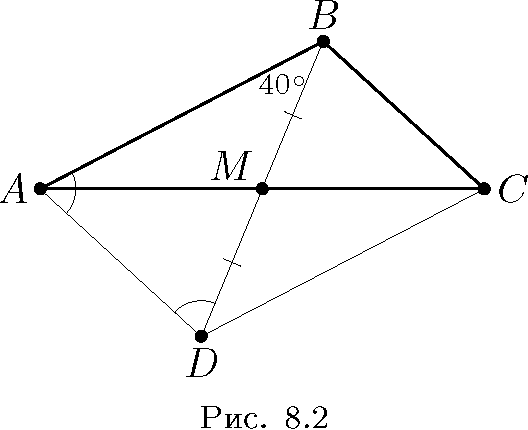
Жауабы: 133. Шешуі. 1000 = 2253 болғандықтан, біздін әрбір санды өзінің жай көбейткіштеріне жіктеген кезде, ол жіктелуде 5 пен 3 сандары ғана бар бола алады. Мұнымен қоса бұл көбейткіштер жіктелуде бірге бола алмайды, олай болмаған жағдайда ол сан 10ға бөлінеді. Олай болса ол сандардың біреуі 53 не тең, ал екінші сан 23 не тең, және бұл жерден жауап аламыз.

**2.** *Үстел теннисінен өткен жарыс олимпиялық жүйеде өтті. Жеңімпаз 6 ойын жеңді. Жарыста қатысқандардан жеңген ойындар саны жеңілген ойындар санынан көп болатын қанша оқушы бар. (олимпиалық кезеңнің әр айналымында қатысушылар жұптықтарға бөлінеді. Келесі айналымға тек қана сол жұптықтарда жеңіске ие болған адамдар ғана шығады. Айналым бір адам қалғанша дейін жүре береді. Әр айналымда әр оқушыға өзінің жұбы табылғаны белгілі)*

Жауабы: 16. Шешуі. Әрбір айналымда әр ойыншыға қарсылас жұп табылғандықтан, және әрбір жұптан бір ойыншыдан шығып кеткендіктен, жалпы ойыншылар саны әр айналымнан кейін екі есе азайып отырған. Жеңімпаз әрбір айналымға қатысқан және жеңіп отырған, бұл дегеніміз жалпы айналымдар саны алты болған. Алты айналымнан кейін жеңімпаз біреу болғандықтан, барлық қатысушылар саны 26 = 64. Бірінші айналымда ұтылғандардың бір жеңілісі мен ноль жеңісі бар болады, ал екінші айналымда ұтылғандардың бір жеңісі мен бір жеңілісі бар болады. Үшінші айналымға шыққандардың барлығының кем дегенде екі жеңіс пен, және көп дегенде бір жеңілісі бар болады(бұдан кейін олар шығып кетеді), яғни оларда жеңіс саны жеңіліс санынан көп.Әрбір айналымнан кейін ойыншылар саны екі ес азайғандықтан , үшінші айналымға 16 қатысушы өтті.

**3.** *АВС үшбұрышында ВМ медианасы АВ қабырғасынан екі есе кіші және олардың арасындағы бұрыш 40 градусқа тең. АВС бұрышын табыңыз.*

Жауабы: 110°. Шешуі. Продлим *ВМ* медианасын *М* нүктесінің ар жағына, оның ұзындығына созып, *D* нүктесін алайық. *АВ =*2*BM* болғандықтан*,*  *АВ = BD,* яғни *ABD* үшбұрышы теңбүйірлі. Олай болса, *BAD* және *BDA* бұрыштарының әрқайсысы (180°–40°):2 = 70°қа тең . *ABCD* — параллелограмм, себебі, олардың диагональдары қиылысу нүктесінде қақ бөлінеді . Бұл дегеніміз, *CBD* бұрышы, *ADB* бұрышы сияқты,70°қа тең, ал *ABC* бұрышы, *CBD* және *ABD* бұрыштарының қосындысына тең,және110° болады.



**4.** *2******20092 + 2******20102 санын екі натурал санның квадраттарының қосындысы ретінде жаз.*

Жауабы: 40192+12 немесе 29112+27712 Шешуі. 220092 + 220102 = (2010+2009)2+(2010–2009)2 екенің байқасақ болды.

Ескерту. Басқа жауап жоқ екенің көрсетуге болады.

**5.***Том Сойер өте ұзын қоршаманы екі шарт сақталатындай бояғысы келіп тұр: аралары екі, үш немесе бес болатын тақталар әртүрлі түспен боялу керек. Осы мүмкін болу үшін кемінде қанша түс керек?*

Жауабы: Үш. Шешуі. Заметим, что между Бірінші мен төртінші және төртінші мен жетінші тақтайлар арасында — екі тақтайдан барын, ал бірінші мен жетінші тақтайлар арасында — бес тақтай. Сондықтан бірінші, төртінші және жетінші қоршаманың тақтайлары әртүрлі түске боялынуы керек, олай болса оларға кем дегенде үш әртүрлі бояу керек. Екінші жағынан, үш түс оған жетеді, егер, мысалы былай бояса: AAABBBCCCAAABBBCCC…: мұнда екі кезкелген бірдей түсті тақтайлар арасында, кем дегенде 6 тақтай бар.