Леонард Эйлер атындағы II МАТЕМАТИКАЛЫҚ ОЛИМПИАДАСЫНЫҢ 2 (аймақтық) кезеңі.

Бірінші күн.

**1.** Бір күні барон Мюнхгаузен қыдырудан келіп, жарты жолды 5 км/сағ жылдамдықпен, ал қыдыруға кеткен жарты уақытты 6 км/сағ жылдамдықпен жүрдім депті. Ол қателесіп кеткен жоқ па?

**2.** Қатар келген жеті натурал санның әрқайсысын 1-ге (арртыруға немесе кемітуге) өзгертуге болса, онда өзгертілгеннен кейінгі жеті санның көбейтіңдісі бастапқы жеті санның көбейтіңдісіне тең болатыңдай қандай да бір қатар келген жеті натурал сан табыңыз.

**3.** *AB = AK* болатыңдай *ABC* тікбұрыштыүшбұрышының *BC* гипотенузасынан *K* нүктесіалынған *. AK* кесіндісі *CL* биссектрисасыноныңортасындақиыпөтеді*. ABC* үшбұрышыныңсүйірбұрыштарынтабыңыз*.*

**4*.*** *a < 1000* болатындай *a* және *b* натуралсандарыберілген*. a21* саны *b10* санынабөлінсе*,* онда *a2* саны *b* санынабөлінетініңдәлелдеңіз*.*

**Екінші күн.**

**5.** Незнайка шеңбер бойына 11 натурал санды жазып қойды. Әрбір екі көрші сандар үшін ол олардың айырымын есептеп қойды(үлкеннен кішісін алып тастады). Ең соңында табылған сандардың ішінен төрт тал бір саны, төрт тал екі саны және үш тал үш саны табылды. Незнайка бір жерде қателік жібергенің дәлелдеңіз.

**6.** Алты адамнан тұратын компанияда кез-келген бес адам дөңгелек стөл үстінде әрбір екі көрші таныс болатыңдай отыра алады. Әрбір екі көрші таңыс болатыңдай бүкіл компанияны дөңгелек стөл үстіне отырғызуға болатының дәлелдеңіз.

**7.** *n* санының қандай ең үлкен мәңінде 1, 2, ..., 14 сандарын кез-келген *k = 1, 2, ..., n* саны үшін айырымы *k* болатыңдай көк сандар жұбы табылатыңдай және айырымы *k* болатыңдай қызыл сандар жұбы табылатыңдай, қызыл және көк түстерге бояуға болады?

**8*.*** *ABCD* трапециясының *A* және *C* бұрыштарыныңбиссектрисалары *P* нүктесіндеқиылысады*,*ал *B* және *D* бұрыштарыныңбиссектрисалары *P* нүктесіненөзгеше*, Q* нүктесіндеқиылысады*.*Егер *PQ* кесіндісі *AD* табанынапараллель болса, онда трапеция теңбүйрлі екенің дәлелдеңіз.