**Леонард Эйлер атындағы олимпиаданың дистанциондық кезеңінің төртінші туры**

**1.** *Құрамындағы жұп сандар мен тақ сандар кезектесіп келген теріс емес санды зебра деп атайық. Екі 100 таңбалы зебраның айырмасы 100 таңбалы зебра бола алады ма?*

Жауабы: Иә. Шешуі. Көп мысалдардың бірі : 5050…50 – 2525…25 = 2525…25.

**2.** *Қабырғасы 2 ге тең, тең қабырғалы үшбұрыш қабырғалары 1 ге тең үшбұрыштарға бөлінген. Сол үшбұрыштардың төбелерінде сырттай бірдей болатын тиын қойылған. Олардың екеуі жасамшы - рас тиындардан жеңіл және бірлік кесіндінің төбелерінде жататыны белгілі. Екі жасамшы тиынды жүктерді қолданбай өлшеуіш таразыда 2 өлшеу қолданып қалай анықтап алуға болады?(жасамшы тиындардың салмақтары өзара бірдей, рас тиындардың салмақтары өзара бірдей.)*

Шешуі. Үшбұрыштар төбелерінде *a*, *b*, *c* тиындары жатсын, ал оларға қарамақарсы қабырғалар ортасында сәйкесінше *a*1, *b*1, *c*1 тиындары жатсын. (*a*, *a*1) және (*b*, *b*1) жұптарын өлшейік. Егер олардың салмақтары тең болса, онда осы жұптардың әрқайсысында жалған тиындардан бар(*c* және *c*1 бір уақытта жалған бола алмайды ). Екінші өлшеуде *a* және *bны* салыстырамыз. Егер олардың салмақтары тең болмаса, онда олардың жеңілі — жалған, ал екінші жалған , *a*1, *b*1 тиындарының біреуімен көршілес тиын. Егер олардың салмақтары тең болса, онда олардың екеуі де— шың, ал жалғандары — *a*1 және *b*1.

Жұптардың біреуі жеңіл болсын, мысалы (*a*,*a*1) < (*b*,*b*1). Онда (*a*,*a*1) жұбында біреуі жалған, ал (*b*,*b*1)де бәрі шың. Екінші өлшеумен *a* және *с*ны салыстырамыз. Егер *c* жеңілірек болса , онда — *c* және *a*1 жалған. Егер *a* жеңілірек, онда *a* және *c*1 жалған. Егер *a* және *с* тең болса, онда олардың екеуі де — шың, ал жалғандар — *a*1 және *c*1.

**3*.*** *Төртбұрыштың 4 қасиеттері:*

* 1. *қарама қарсы қабырғалары өзара тең*
  2. *екі қарама қарсы қабырғалары параллель*
  3. *кейбір көршілес қабырғалары тең*
  4. *диоганальдары перпендикуля және қиылысу нүктесінде бірдей қатынаста бөлінеді.*

*Берілген екі төртбұрыштың біреуі жоғарыдағы қасиеттің екеуі ие, ал екіншісі қалған екеуіне ие. Ондай болса екі төртбұрыштың біреуі ромб екенін дәлелде.*

Шешуі. (1)+(3), немесе (3)+(4), немесе (1)+(4) —қасиеттері бар төртбұрыштар ромб екеніне көз жеткізу қиын емес (әрине, қатысушылардың жұмысында дәлелдену керек). Берілген 4 қасиеттерді 2 жұпқа қалай бөлсек те, әр жұпта жоғарыда келтірілген 3 қасиеттердін біреуі бар болады.

**4*.*** *Автобазарда 3 Жигулиді бір Волга мен бір Мерседеске айырбастауға болады, ал үш Волганы екі Жигули мен бір Мерседеске айырбастауға болады. Вася 700 Жигулиді 400 Мерседеске айырбастай алады ма?*

Жауабы: Жоқ. Шешуі. Жигули 4 рубльға бағалайық, Волганы — 5 рубльға, Мерседесті —7 рубльға. Онда кезкелген алмастыруда Васяның автомобильдер бағасының құнының қосындысы сақталады. 400 Мерседестің бағаларының қосындысы, 700 Жигулидің бағаларының қосындысына тең болады, бірақ Жигули бір Мерседеске ауыстыру мүмкін емес, себебі осындай ауыстыру ережесімен, әрқашан Мерседеспен тағы бір машина пайда болып отырады.

Ескерту. Машиналар «бағасы», 3*Ж* = *В+М*, 3*В =*2*Ж+М*  теңдеулер шешімінің кезкелген шешімі ретінде сәйкес келеді .

**5.***Петя белгілі бір жұп санның барлық тақ бөлгіштерінің қосындысын тапты, ал Вася сол санның барлық жұп бөлгіштерінің қосындысын тапты. Осы екі қосындының көбейтіндісі натурал санның квадраты бола ала ма?*

Жауабы: Жоқ. Шешуі. Бастапқы жұп санды мына түрде жазайық *N* = 2*n*(2*m*+1). Берілген санның тақ бөлгіштерінің қосындысы, 2*m*+1 санының бөлгіштерінің қосындысына тең болатыны түсінікті. Бұл қосындыны *S* деп белгілейік. *N* санының жұп бөлгіштерінің қосындысы 2*S*+4*S*+…+2*nSқа* тең, жұп бөлгіштерінің көбейтінділерінің қосындысы *S2*(2+4+…+2*n*)ға тең. Бұл қосынды квадрат болу үшін жақша ішіндегі қосынды квадрат болу керек. Бірақ, бұл қосынды 2ге бөлінеді және 4ке бөлінбейді.