Четвърти тур на дистанционния етап
на Олимпиадата на Леонард Ойлер

Четвъртият тур се провежда по задачи от олимпиадата на Г. П. Кукин, г.Омск , 2009 г. В него не могат да участват участниците в тази олимпиада.

1. Ще наричаме неотрицателно цяло число ***зебра***, ако в неговия запис строго се редуват четни и нечетни цифри. Може ли разликата на две 100-значни зебри да бъде 100-значна зебра?

2. Равностранен триъгълник със страна 2 е разрязан на триъгълници със страна 1. Във върховете на тези триъгълници са разположени 6 еднакви на вид монети. Известно е, че две от тях са фалшиви, по-леки са от истинските, и лежат в краищата на единична отсечка. Как могат да се определят двете фалшиви монети с две претегляния на везни с две блюда и без теглилки?
(Фалшивите монети са с еднакво тегло, истинските – също)

3. Ето четири свойства за четириъгълници:
   (1) противоположните страни са две по две равни;
   (2) две противоположни страни са успоредни;
   (3) някои две съседни страни са равни;
   (4) диагоналите са перпендикулярни и се делят от точката, в която се пресичат в едно и също отношение.
Единият от два дадени четириъгълника притежава някои две от тези свойства, а другият – останалите две. Докажете, че единият от тези четириъгълници е ромб.

4. На пазар за автомобили могат да се заменят три автомобила „Жигули” за една „Волга” и един „Мерцедес”, а три „Волги” – за две „Жигули”-та и един „Мерцедес”. Може ли колекционерът Вася, който имал 700 „Жигули”-та, да получи 400 „Мерцедес”-а?

5. Петя намерил сумата на всички нечетни делители на едно четно число, а Вася – сумата от всички четни делители на това число. Може ли произведението на тези две суми да се окаже точен квадрат на естествено число?