

**Леонард Эйлерийн нэрэмжит олимпиадын
зайны шатны нэгдүгээр шат**

2012.12.09

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Фёдор өвөөгийн төрсөн өдрөөр аав ээж 2 өөрсдийн насны үржвэртэй тэнцүү хэмжээний мөнгө (рубль) бэлэглэдэг байв. 2010 ба 2011 онд өвөөд өгсөн мөнгө нь ижил цифрээр төгсдөг, харин 2012 онд өгсөн мөнгө нь 10–д хуваагддаг байж болох уу?

2. Маша шатрын хөлгийн нүднүүдийг дахин будахаар шийджээ. Нэг удаагийн үйлдлээр тэрээр хөлгийн буланд байрлах тэгш өнцөгт сонгон авч, уг тэгш өнцөгтийн бүх нүдний өнгийг эсрэгээр сольж будна. Маша хөлгийн бүх нүдийг ижил өнгөтэй болгож чадах уу?

3. $AB = BC$ талуудтай адил хажуут ABC гурвалжин өгөгджээ. CA , AB , BC цацрагууд дээр харгалзан D , E , F цэгүүдийг $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$ байхаар сонгож авав. ADB , BEC , CFA өнцгүүдийн нийлбэрийг ол.

4. Эерэг x , y тоонуудын хувьд $x^2 > x+y$ ба $x^4 > x^3+y$ бол $x^3 > x^2+y$ гэж батал.

5. 40 хүүхэд нэг тойрог болон зогсчээ. Цагийн зүүний дагуу чиглэлд тоолоход дараагийн 2 хүүхдээс хоёулангаас нь өндөр хүүхдийг "гозон", цагийн зүүний эсрэг чиглэлд тоолоход дараагийн 2 хүүхдээс намхан хүүхдийг "атигар" гэж нэрлэнэ (нэгэн зэрэг гозон ба атигар хүүхэд байж болно). Гозон хүүхэд 30–аас цөөнгүй байсан бол атигар хүүхэд 20–оос цөөнгүй гэдгийг батал.

**Леонард Эйлерийн нэрэмжит олимпиадын
зайны шатны нэгдүгээр шат**

2012.12.09

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Фёдор өвөөгийн төрсөн өдрөөр аав ээж 2 өөрсдийн насны үржвэртэй тэнцүү хэмжээний мөнгө (рубль) бэлэглэдэг байв. 2010 ба 2011 онд өвөөд өгсөн мөнгө нь ижил цифрээр төгсдөг, харин 2012 онд өгсөн мөнгө нь 10–д хуваагддаг байж болох уу?

2. Маша шатрын хөлгийн нүднүүдийг дахин будахаар шийджээ. Нэг удаагийн үйлдлээр тэрээр хөлгийн буланд байрлах тэгш өнцөгт сонгон авч, уг тэгш өнцөгтийн бүх нүдний өнгийг эсрэгээр сольж будна. Маша хөлгийн бүх нүдийг ижил өнгөтэй болгож чадах уу?

3. $AB = BC$ талуудтай адил хажуут ABC гурвалжин өгөгджээ. CA , AB , BC цацрагууд дээр харгалзан D , E , F цэгүүдийг $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$ байхаар сонгож авав. ADB , BEC , CFA өнцгүүдийн нийлбэрийг ол.

4. Эерэг x , y тоонуудын хувьд $x^2 > x+y$ ба $x^4 > x^3+y$ бол $x^3 > x^2+y$ гэж батал.

5. 40 хүүхэд нэг тойрог болон зогсчээ. Цагийн зүүний дагуу чиглэлд тоолоход дараагийн 2 хүүхдээс хоёулангаас нь өндөр хүүхдийг "гозон", цагийн зүүний эсрэг чиглэлд тоолоход дараагийн 2 хүүхдээс намхан хүүхдийг "атигар" гэж нэрлэнэ (нэгэн зэрэг гозон ба атигар хүүхэд байж болно). Гозон хүүхэд 30–аас цөөнгүй байсан бол атигар хүүхэд 20–оос цөөнгүй гэдгийг батал.