

Леонард Эйлерийн нэрэмжит YI олимпиадын зайны давааны нэгдүгээр шат

2013.12.08

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Бутархай тоонд дараахь 2 үйлдлийг хэдэн ч удаа хийж болно: бутархайн хүртвэр дээр 2013–г нэмж болно, эсвэл бутархайн хуваарь дээр 2014–г нэмж болно. Энэ үйлдлийн тусламж–тайгаар $\frac{2}{3}$ гэсэн тооноос $\frac{3}{5}$ гэсэн тоог гарган авч болох уу?

2. 629×630 хэмжээтэй хүснэгтийг шугамын дагуу квадратуудад хуваажээ. Эдгээр квадратууд дотор талын урт нь сондгой тоо байх квадрат хамгийн цөөндөө хэдэн ширхэг байж болох вэ? Яагаад үүнээс цөөн квадрат байж болохгүй вэ? гэдгийг тайлбарла.

3. Нэгэн бүтэлгүй зохион бүтээгч 150 ширхэг зүүтэй сонин цаг зохион бүтээжээ. Түүний бүтээсэн цагийн эхний зүү нь цагт 1 бүтэн эргэлт хийнэ, 2–р зүү нь цагт 2 бүтэн эргэлт хийнэ, ... , 150–р зүү нь цагт 150 бүтэн эргэлт хийнэ. Тэрээр цагийн бүх зүүг эгц дээш харуулж байрлуулаад цагаа ажиллуулж эхэлжээ. Харамсалтай нь, цагийн 2 буюу түүнээс олон зүү давхцах үед тэр давхцсан зүүнүүд бүгд мултарч унадаг байв. Цагт 74 эргэлт хийдэг зүү нь энэ цаг ажиллаж эхэлснээс хойш ямар хугацааны дараа мултарч унах вэ?

4. "Цэцэгхэн" хотын даргын сонгуульд Эрэгжав, Шурагжав, Хадаасхан гурав өрсөлджээ. Хотын оршин суугчдын саналыг тоолсны дараа нэр дэвшигч тус бүрийн авсан саналын хувийг бодоход нийлбэр нь 146 % гарав. Учир нь, Эрэгжавын авсан саналын хувийг Үлмэдэх тооцохдоо санал өгсөн нийт оршин суугчдаас тооцолгүй зөвхөн Эрэгжав, Шурагжав 2–ын төлөө санал өгсөн оршин суугчдаас тооцож буруу гаргасан байжээ. (Харин нөгөө 2 өрсөлдөгчийн саналын хувийг зөв тооцжээ.) Шурагжав 1000–аас олон оршин суугчийн саналыг авсан бол Эрэгжав 850–аас олон санал авсан гэдгийг батал.

5. Гүдгэр $ABCDE$ таван өнцөгтийн AD , BE диагоналиуд P цэгт огтлолцоно. $AC = CE = AE$, $\angle APB = \angle ACE$ ба $AB + BC = CD + DE$ бол $AD = BE$ гэж батал.

Леонард Эйлерийн нэрэмжит YI олимпиадын зайны давааны нэгдүгээр шат

2013.12.08

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Бутархай тоонд дараахь 2 үйлдлийг хэдэн ч удаа хийж болно: бутархайн хүртвэр дээр 2013–г нэмж болно, эсвэл бутархайн хуваарь дээр 2014–г нэмж болно. Энэ үйлдлийн тусламж–тайгаар $\frac{2}{3}$ гэсэн тооноос $\frac{3}{5}$ гэсэн тоог гарган авч болох уу?

2. 629×630 хэмжээтэй хүснэгтийг шугамын дагуу квадратуудад хуваажээ. Эдгээр квадратууд дотор талын урт нь сондгой тоо байх квадрат хамгийн цөөндөө хэдэн ширхэг байж болох вэ? Яагаад үүнээс цөөн квадрат байж болохгүй вэ? гэдгийг тайлбарла.

3. Нэгэн бүтэлгүй зохион бүтээгч 150 ширхэг зүүтэй сонин цаг зохион бүтээжээ. Түүний бүтээсэн цагийн эхний зүү нь цагт 1 бүтэн эргэлт хийнэ, 2–р зүү нь цагт 2 бүтэн эргэлт хийнэ, ... , 150–р зүү нь цагт 150 бүтэн эргэлт хийнэ. Тэрээр цагийн бүх зүүг эгц дээш харуулж байрлуулаад цагаа ажиллуулж эхэлжээ. Харамсалтай нь, цагийн 2 буюу түүнээс олон зүү давхцах үед тэр давхцсан зүүнүүд бүгд мултарч унадаг байв. Цагт 74 эргэлт хийдэг зүү нь энэ цаг ажиллаж эхэлснээс хойш ямар хугацааны дараа мултарч унах вэ?

4. "Цэцэгхэн" хотын даргын сонгуульд Эрэгжав, Шурагжав, Хадаасхан гурав өрсөлджээ. Хотын оршин суугчдын саналыг тоолсны дараа нэр дэвшигч тус бүрийн авсан саналын хувийг бодоход нийлбэр нь 146 % гарав. Учир нь, Эрэгжавын авсан саналын хувийг Үлмэдэх тооцохдоо санал өгсөн нийт оршин суугчдаас тооцолгүй зөвхөн Эрэгжав, Шурагжав 2–ын төлөө санал өгсөн оршин суугчдаас тооцож буруу гаргасан байжээ. (Харин нөгөө 2 өрсөлдөгчийн саналын хувийг зөв тооцжээ.) Шурагжав 1000–аас олон оршин суугчийн саналыг авсан бол Эрэгжав 850–аас олон санал авсан гэдгийг батал.

5. Гүдгэр $ABCDE$ таван өнцөгтийн AD , BE диагоналиуд P цэгт огтлолцоно. $AC = CE = AE$, $\angle APB = \angle ACE$ ба $AB + BC = CD + DE$ бол $AD = BE$ гэж батал.