

Леонард Эйлерийн нэрэмжит YI олимпиадын зайны давааны дөрөвдүгээр шат

2013.12.17

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Дээрэмчид хайрцгийг алтан, мөнгөн элсээр дүүргэхдээ, алтан элсээ мөнгөн элсээс 2 дахин их хэмжээтэй хийжээ. Али–Баба, хайрцгаас мөнгөн элсний тэн хагасыг аваад, оронд нь алтан элс хийж дүүргэсэн бол хайрцагтай элсийн үнэ 20% –аар нэмэгдэнэ гэдгийг мэдэж байв. Хэрэв хайрцгаас алтан элсний тэн хагасыг аваад, оронд нь мөнгөн элс хийж дүүргэсэн бол хайрцагтай элсийн үнэ хэдэн хувиар яаж өөрчлөгдөх вэ?

2. $ABCD$ дөрвөн өнцөгтийн AB, BC, CD, DA талууд дээр харгалзан K, L, M, N цэгүүдийг сонгон авчээ. $AK = AN$, $BK = BL$, $CL = CM$, $DM = DN$ бөгөөд $KLMN$ нь тэгш өнцөгт бол $ABCD$ дөрвөн өнцөгт нь ромбо гэдгийг батал.

3. Гүнж 7 баатар эрийн хамт голоор гарах болов. Баатар эрсийг эгнүүлэн жагсаахад,

зэрэгцэж зогссон аль ч 2 баатар нь хоорондоо найз,

зэрэгцэж зогсоогүй аль ч 2 баатар нь найз биш,

харин гүнж хамгийн голд зогссон баатраас бусад бүх баатартай найз байжээ. Завиар 2 найз эсвэл аль ч 2 нь хоорондоо найз 3 хүн л явах боломжтой бол тэд гол гарч чадах уу? (Завиар 1 хүн явж болохгүй.)

4. Петя, Вася хоёр 20×20 хэмжээтэй хөлөг дээр дараахь тоглоомыг тоглож байв. Петя эхэлж, Вася удаалан тэд ээлжлэн үйлдэл хийнэ. Нэг удаагийн үйлдлээр хөлгөөс 4 тал нь будагдаагүй ямар нэгэн нүдийг сонгон авч, сонгосон нүднийхээ талуудыг ямар нэгэн дарааллаар хөх эсвэл улаан өнгөөр будна (бүх талыг нэг ижил өнгөөр будаж болно). Ингэж будахад өмнө будагдсан хэрчмүүдтэй нийлээд нэг өнгийн 1–ээс урт хэрчим үүсэхгүй байхаар будах ёстой байжээ. Үйлдэл хийж чадахгүй болсон тэр тоглогч хожигддог бол зөв тоглолтод хэн хожих вэ?

5. Дараалж бичигдсэн ямар ч 2 тоо нь харилцан анхны биш, харин дараалж бичигдээгүй ямар ч 2 тоо нь хоорондоо харилцан анхны байхаар нэг эгнээнд хамгийн олондоо хэдэн хоёр оронтой тоог жагсааж бичиж болох вэ? (1–ээс их ерөнхий хуваагчгүй тоонуудыг харилцан анхны тоонууд гэж нэрлэдэг.)

Леонард Эйлерийн нэрэмжит YI олимпиадын зайны давааны дөрөвдүгээр шат

2013.12.17

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Дээрэмчид хайрцгийг алтан, мөнгөн элсээр дүүргэхдээ, алтан элсээ мөнгөн элсээс 2 дахин их хэмжээтэй хийжээ. Али–Баба, хайрцгаас мөнгөн элсний тэн хагасыг аваад, оронд нь алтан элс хийж дүүргэсэн бол хайрцагтай элсийн үнэ 20% –аар нэмэгдэнэ гэдгийг мэдэж байв. Хэрэв хайрцгаас алтан элсний тэн хагасыг аваад, оронд нь мөнгөн элс хийж дүүргэсэн бол хайрцагтай элсийн үнэ хэдэн хувиар яаж өөрчлөгдөх вэ?

2. $ABCD$ дөрвөн өнцөгтийн AB, BC, CD, DA талууд дээр харгалзан K, L, M, N цэгүүдийг сонгон авчээ. $AK = AN$, $BK = BL$, $CL = CM$, $DM = DN$ бөгөөд $KLMN$ нь тэгш өнцөгт бол $ABCD$ дөрвөн өнцөгт нь ромбо гэдгийг батал.

3. Гүнж 7 баатар эрийн хамт голоор гарах болов. Баатар эрсийг эгнүүлэн жагсаахад,

зэрэгцэж зогссон аль ч 2 баатар нь хоорондоо найз,

зэрэгцэж зогсоогүй аль ч 2 баатар нь найз биш,

харин гүнж хамгийн голд зогссон баатраас бусад бүх баатартай найз байжээ. Завиар 2 найз эсвэл аль ч 2 нь хоорондоо найз 3 хүн л явах боломжтой бол тэд гол гарч чадах уу? (Завиар 1 хүн явж болохгүй.)

4. Петя, Вася хоёр 20×20 хэмжээтэй хөлөг дээр дараахь тоглоомыг тоглож байв. Петя эхэлж, Вася удаалан тэд ээлжлэн үйлдэл хийнэ. Нэг удаагийн үйлдлээр хөлгөөс 4 тал нь будагдаагүй ямар нэгэн нүдийг сонгон авч, сонгосон нүднийхээ талуудыг ямар нэгэн дарааллаар хөх эсвэл улаан өнгөөр будна (бүх талыг нэг ижил өнгөөр будаж болно). Ингэж будахад өмнө будагдсан хэрчмүүдтэй нийлээд нэг өнгийн 1–ээс урт хэрчим үүсэхгүй байхаар будах ёстой байжээ. Үйлдэл хийж чадахгүй болсон тэр тоглогч хожигддог бол зөв тоглолтод хэн хожих вэ?

5. Дараалж бичигдсэн ямар ч 2 тоо нь харилцан анхны биш, харин дараалж бичигдээгүй ямар ч 2 тоо нь хоорондоо харилцан анхны байхаар нэг эгнээнд хамгийн олондоо хэдэн хоёр оронтой тоог жагсааж бичиж болох вэ? (1–ээс их ерөнхий хуваагчгүй тоонуудыг харилцан анхны тоонууд гэж нэрлэдэг.)