

ЛЕОНАРД ЭЙЛЕРИЙН нэрэмжит МАТЕМАТИКИЙН VI ОЛИМПИАД
Сүүлийн 3-р шат, 2014 оны 3 сарын 27

2-р өдөр

Бодох хугацаа: 4 цаг 30 минут

5. Анх Бат, Цэцэг хоёр өөр, өөрийн дэвтэр дээр хоорондоо ижил тэгээс ялгаатай бүхэл тоо бичжээ. Минут тутамд Бат өөрийн тоон дээр 10-г нэмнэ, эсвэл өөрийн тоог 2014-өөр үржүүлнэ (хуучин тоогоо арилгана). Бат 10-г нэмэхэд харин Цэцэг өөрийн тооноос 10-г хасна, Бат 2014-өөр үржүүлэхэд Цэцэг өөрийн тоог 2014-д хуваана. Хэсэг хугацааны дараа тэдний тоонууд дахин хоорондоо ижил байж болох уу?
6. Тооны эхний ба эцсийн цифрээс ялгаатай ямар нэгэн цифр нь уг тооны бусад бүх цифрээс их байвал уг цифрийг тэр тооны "орой" гэж нэрлэе. Оройн цифрээс өмнө байрласан цифр бүр нь өмнөх цифрээсээ багагүй (их буюу тэнцүү), харин орой цифрээс хойно байрласан цифр бүр нь дараагийн цифрээсээ багагүй байдаг тоог "шовгор" тоо гэж нэрлэе. Жишээ нь, 12243 нь шовгор, харин 3456 ба 1312 тоонууд шовгор биш. Тэгээс ялгаатай цифрүүдээр бичигдэх 100 оронтой бүх шовгор тооны нийлбэр зохиомол тоо гэдгийг батал.
7. Зөвхөн 1 ба 2 цифрээр бичигдсэн N тооны зарим цифрүүдийг дарж нэг ширхэг 2 цифр, 9999 ширхэг 1 цифрээр бичигдсэн 10000 оронтой ямар ч тоог гаргаж чаддаг байв. N тоо хамгийн цөөндөө хэдэн цифртэй байж болох вэ?
8. Гүдгэр 101-өнцөгт өгөгджээ. Нэг талд нь өгөгдсөн олон өнцөгтийн 50 ширхэг орой, нөгөө талд нь 49 ширхэг орой байдаг диагоналийг "гол диагональ" гэж нэрлэе. Өгсөн олон өнцөгтийн аль ч хоёр нь ерөнхий оройгүй хэдэн гол диагоналийг татжээ. Татагдсан бүх гол диагоналийн уртуудын нийлбэр нь татагдаагүй үлдсэн бүх гол диагоналийн уртуудын нийлбэрээс бага гэдгийг батал.